MAPPE DI MATEMATICA PER IL BIENNIO

PRIMA LICEO

SECONDA LICEO

GLI INSIEMI NUMERICI

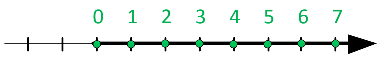
I numeri possono essere

REALI

IMMAGINARI

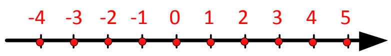
Presentano l'unità immaginaria *i*
(es 3i)

NUMERI NATURALI $\mathbb{N}$



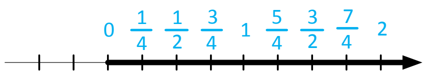
- Numeri interi senza segno (incluso 0)
- Insieme discreto

NUMERI INTERI RELATIVI $\mathbb{Z}$



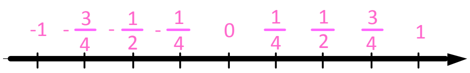
- Numeri interi con il segno
- Insieme discreto

NUMERI RAZIONALI ASSOLUTI $\mathbb{Q}$



- Numeri con le frazioni senza segno

NUMERI RAZIONALI RELATIVI $\mathbb{Q}$

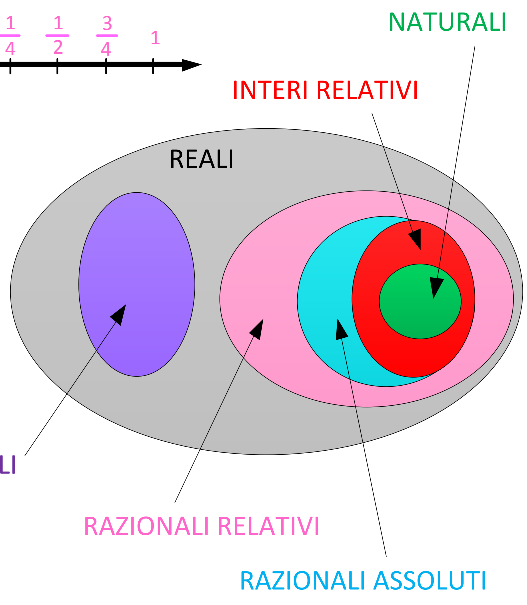


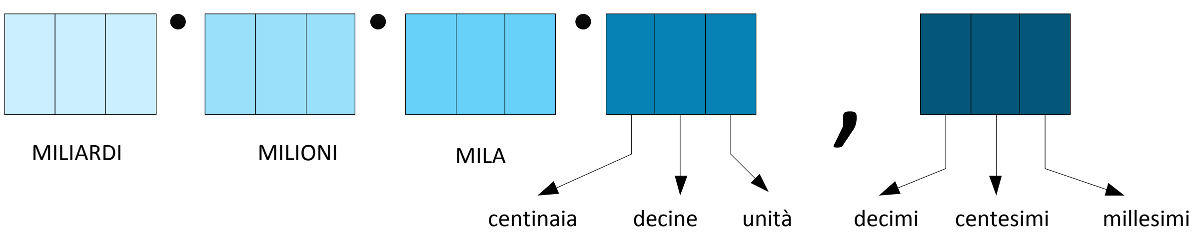
- Numeri con le frazioni con segno

NUMERI IRRAZIONALI

- Numeri con infinite cifre dopo la virgola, tutte diverse

$$\sqrt{2} = 1{,}414213562....$$
$$\sqrt{3} = 1{,}732050808.....$$
$$\pi = 3{,}141592654.....$$
$$e = 2{,}718281828.....$$





LE QUATTRO OPERAZIONI

ADDIZIONE
da come risultato
SOMMA

3 + 4 = 7

ADDENDI: 3, 4 — SOMMA: 7

Numero neutro: zero

SOTTRAZIONE
da come risultato
DIFFERENZA

4 - 1 = 3

MINUENDO: 4 — SOTTI: 1 — DIFFERENZA: 3

Numero neutro: zero

MOLTIPLICAZIONE
da come risultato
PRODOTTO

3 • 4 = 7

FATTORI: 3, 4 — PRODOTTO: 7

Numero neutro: uno

DIVISIONE
da come risultato
QUOTO (no resto)
QUOZIENTE (resto)

8 : 2 = 4

DIVIDENDO: 8 — DIVISORE: 2 — QUOTO: 4

RESTO = 0

9 : 2 = 4

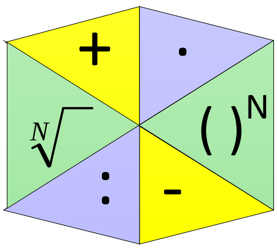
DIVIDENDO: 9 — DIVISORE: 2 — QUOZIENTE: 4

RESTO = 1

Numero neutro: uno

8 : 0 = impossibile

0 : 0 = indeterminata



ELEVAMENTO A POTENZA

ha **Le seguenti PROPRIETA'**

$$A^N \cdot A^K = A^{N+K}$$

$$A^N : A^K = A^{N-K}$$

$$\left(A^N\right)^K = A^{N \cdot K}$$

$$(A \cdot B)^N = A^N \cdot B^N$$

$$(A : B)^N = A^N : B^N$$

è **Una moltiplicazione ripetuta dello stesso numero**

$$A^0 = 1$$

$$A^1 = A$$

$$0^A = 0$$

$$1^A = 1$$

UN NUMERO E'

PRIMO	Se è divisibile solo per 1 e per se stesso	17
DIVISIBILE PER 2	Se l'ultima cifra è pari	128
DIVISIBILE PER 3	Se la somma delle sue cifre è multiplo di 3	129 1 + 2 + 9 = 12
DIVISIBILE PER 4	Se le ultime due cifre sono divisibili per 4	416
DIVISIBILE PER 5	Se l'ultima cifra è 5 oppure 0	155 140
DIVISIBILE PER 9	Se la somma delle sue cifre è divisibile per 9	3951 3 + 9 + 5 + 1 = 18
DIVISIBILE PER 10	Se l'ultima cifra è 0	13940

NUMERI PARI
NUMERI DISPARI
NUMERI PRIMI

I NUMERI FINO A 200

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$
$10^2 = 100$
$11^2 = 121$
$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$

$2 = 2^1$
$4 = 2^2$
$8 = 2^3$
$16 = 2^4$
$32 = 2^5$
$64 = 2^6$
$128 = 2^7$
$216 = 2^8$

$3 = 3^1$
$9 = 3^2$
$27 = 3^3$
$81 = 3^4$
$243 = 3^5$

$4 = 4^1$
$16 = 4^2$
$64 = 4^3$
$256 = 4^4$
$1024 = 4^5$

$5 = 5^1$
$25 = 5^2$
$125 = 5^3$
$625 = 5^4$

$6 = 6^1$
$36 = 6^2$
$216 = 6^3$

$7 = 7^1$
$49 = 7^2$
$343 = 7^3$

$8 = 8^1$
$64 = 8^2$
$512 = 8^3$

$9 = 9^1$
$81 = 9^2$
$729 = 9^3$

LE FRAZIONI

sono

Coppie ordinate di numeri naturali che danno origine ai NUMERI RAZIONALI

$\frac{\text{NUMERATORE}}{\text{DENOMINATORE}}$ $\frac{2}{3}$

DECIMALI FINITI

Numero senza la virgola, diviso per 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali

$1,43 \rightarrow \frac{143}{100}$

DECIMALI PERIODICI SEMPLICI

Numero senza la virgola meno la parte intera, diviso per tanti 9 quante sono le cifre del periodo

$21,\overline{34} \rightarrow \frac{2134 - 21}{99}$

DECIMALI PERIODICI MISTI

Numero senza la virgola meno la parte intera, diviso per tanti 9 quante sono le cifre dell'antiperiodo seguiti da tanti 0 quante sono le cifre del periodo

$26,4\overline{31} \rightarrow \frac{2134 - 21}{900}$

Con i quali

Si possono fare alcune OPERAZIONI

SEMPLIFICAZIONE

$\frac{\cancel{18}^{:2}}{\cancel{12}_{:2}} = \frac{\cancel{9}^{:3}}{\cancel{6}_{:3}} = \frac{3}{2}$

- Dividendo numeratore e denominatore per lo stesso numero si ottiene una FRAZIONE EQUIVALENTE
- Quando non è più possibile semplificare, la frazione è RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

RAZIONALIZZAZIONE

Il denominatore non deve mai essere una radice

$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Si moltiplicano numeratore e denominatore per la radice

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

Tramite il minimo comune multiplo

$\frac{4}{\boxed{3}} + \frac{1}{\boxed{4}} = \frac{4\ 4 + 1\ 3}{\boxed{12}} = \frac{19}{12}$

$\frac{4}{\boxed{3}} - \frac{1}{\boxed{4}} = \frac{4\ 4 - 1\ 3}{\boxed{12}} = \frac{13}{12}$

MOLTIPLICAZIONE e DIVISIONE

Nella moltiplicazione è possibile semplificare ad incrocio

$\frac{\cancel{4}^{:2}}{\cancel{3}_{:3}} \cdot \frac{\cancel{9}^{:3}}{\cancel{8}_{:2}} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\cancel{6}^{:2}}{\cancel{4}_{:2}} = \frac{3}{2}$

$\frac{4}{3} : \frac{\boxed{9}}{\boxed{8}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\boxed{8}}{\boxed{9}} = \frac{32}{27}$

ELEVAMENTO A POTENZA

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

Si elevano a potenza sia il numeratore che il denominatore

PERCENTUALI E PROPORZIONI

sono

Uguaglianze tra 2 rapporti

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

2 : 3 = 4 : 6 — ANTECEDENTI (2, 4), CONSEGUENTI (3, 6)

2 : 3 = 4 : 6 — ESTREMI (2, 6), MEDI (3, 4)

che seguono

Alcune proprietà

Il prodotto degli estremi è uguale al prodotto dei medi

$2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$

PROPRIETA’ DEL COMPORRE

$(2 + 3) : 2 = (4 + 6) : 4$ $\qquad (2 + 3) : 3 = (4 + 6) : 6$

PROPRIETA’ DELLO SCOMPORRE

$(2 - 3) : 2 = (4 - 6) : 4$ $\qquad (2 - 3) : 3 = (4 - 6) : 6$

PROPRIETA’ DEL PERMUTARE

Scambio dei medi o degli estremi

PROPRIETA’ DELL’INVERTIRE

Scambio degli antecedenti e dei conseguenti

OPERAZIONI CON LE PROPORZIONI

TROVARE IL TERMINE INCOGNITO

MEDIO o ESTREMO

$E_1 : M_1 = M_2 : E_2$

$E_1 = \frac{M_1 \cdot M_2}{E_2}$ $\qquad M_1 = \frac{E_1 \cdot E_2}{M_2}$

MEDIO PROPORZIONALE

$E_1 : X = X : E_2$

$X = \sqrt{E_1 \cdot E_2}$

PROBLEMI CON LA PERCENTUALE

30% di 120

$X = \frac{120}{100} \cdot 30$

30% di X = 15

$X = \frac{15}{30} \cdot 100$

X % di 120 = 15

$X = \frac{120}{100} \cdot 30$

I MONOMI

sono

Espressioni letterali in cui compaiono solo MOLTIPLICAZIONI di:
- Un numero (chiamato COEFFICIENTE)
- Potenze di lettere con numeri naturali per esponenti (chiamata PARTE LETTERALE)

$-5\ a^2b^3c$

Grado: 6

il cui GRADO è

La somma degli esponenti di tutte le lettere

possono essere

MONOMI UGUALI

$-5\ a^2b^3c$

$-5\ a^2b^3c$

- Stesso coefficiente
- Stessa parte letterale

MONOMI OPPOSTI

$-5\ a^2b^3c$

$+5\ a^2b^3c$

- Coefficienti uguali e opposti
- Stessa parte letterale

MONOMI SIMILI

$-5\ a^2b^3c$

$3\ a^2b^3c$

- Diverso coefficiente
- Stessa parte letterale

OPERAZIONI CON I MONOMI

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

si può fare

Solo tra monomi simili

- Si sommano/sottraggono solo i coefficienti
- La parte letterale rimane invariata

$3\ a^2c - 5a^2c = -2\ a^2c$

$3\ a^2c + 5a^2c = 8\ a^2c$

MOLTIPLICAZIONE

si può fare

sempre

- Si moltiplicano i coefficienti
- Ogni lettera compare con esponente pari alla somma degli esponenti

$(3\ a^2c)\ (-\ 5bc^2) = -15\ a^2bc^3$

DIVISIONE

si può fare

se il num ha tutte le lettere del den

- Si dividono i coefficienti
- Ogni lettera compare al numeratore con esponente pari alla differenza degli esponenti

$$\frac{15\ a^2bc^5}{-\ 5bc^2} = -3\ a^2c^3$$

ELEVAMENTO A POTENZA

si può fare

sempre

- Si elevano i coefficienti
- Ogni lettera compare con esponente pari al prodotto degli esponenti

$(-3ac^3)^2 = 9\ a^2c^6$

I POLINOMI

sono

Somme algebriche di monomi, chiamati TERMINI DEL POLINOMIO

$-5a^2 + 4b^3c - 3a + 1$

Termine noto (l'esponente delle lettere è 0)

si classificano in base a

NUMERO DI TERMINI

BINOMIO (2)

$x^2 - 4$

TRINOMIO (3)

$x^2 - 2x + 4$

QUADRINOMIO (4)

$x^3 - 2x^2 - 2x + 4$

COEFFICIENTI

POLINOMIO NULLO

Tutti i coefficienti sono nulli

0

POLINOMI UGUALI

Composti dagli stessi termini

$3x^2 - 4x + 1$
$3x^2 - 4x + 1$

POLINOMI OPPOSTI

Composti da termini opposti

$3x^2 - 4x + 1$
$-3x^2 + 4x - 1$

GRADO

è

Il maggiore tra i gradi dei termini presenti

POLINOMIO OMOGENEO

Tutti i termini hanno lo stesso grado

$x^2 + 4a^2 - 2bx$

POLINOMIO ORDINATO

I termini sono scritti con grado crescente o decrescente

$x^3 - 2x + 4$

POLINOMIO COMPLETO

Per una certa lettera ci sono tutte le potenze

$x^3 - 2x^2 - 3x + 4$

LE FUNZIONI POLINOMIALI

sono

Polinomi in cui compare una sola lettera

si indicano con

P (x)

$P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$

hanno degli

ZERI (valori della x che rendono il polinomio nulllo)

x = 1 NON è uno zero del polinomio $P(x) = x^2 - 4$
perché: $P(1) = (1)^2 - 4 = -3$

x = 2 è uno zero del polinomio $P(x) = x^2 - 4$
perché: $P(2) = (2)^2 - 4 = 0$

OPERAZIONI CON I POLINOMI

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

ADDIZIONE

(x - 4) + (3a -2x -6) = x -4 +3a -2x -6

SOTTRAZIONE

(x - 4) - (3a -2x -6) = x -4 -3a +2x +6

MOLTIPLICAZIONE

TRA UN MONOMIO E UN POLINOMIO

$(-2x)\cdot(3x - 6) = -6x^2 + 12x$

TRA DUE POLINOMI

$(-2x + 4)\cdot(3x - 6) = -6x^2 + 12x - 12x - 24$

CON I PRODOTTI NOTEVOLI

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

DIVISIONE

SEMPLIFICAZIONE

Se al denominatore c'è un monomio

$$\frac{3ab - b^2}{-3b} = \frac{3ab}{-3b} + \frac{-b^2}{-3b} = -a + \frac{1}{3}b$$

RUFFINI $(2x^3 + 6x^2 - 5x - 3):(x - 2)$

Se il denominatore ha forma (x±a)

	2	6	-5	-3
+2		2·2	2·10	2·15
	2	10	15	27

Soluzione: $2x^2 + 10x + 15$

Resto: 27

TEOREMA DEL RESTO: il resto si trova sostituendo il divisore nella x: $2(2)^3 + 6(2)^2 - 5(2) - 2 = 27$

ALGORITMO $(2x^3 + 6x^2 - 5x - 3):(x^2 + 2)$

Vale sempre

$2x^3 + 6x^2 - 5x - 3$	$x^2 + 2$
$-2x^3 \quad\quad -4x$	$2x + 6$
// $+6x^2 - 9x - 3$	
$-6x^2 \quad\quad -12$	
// $-9x - 15$	

$\frac{2x^3}{x^2} = 2x$

$\frac{6x^2}{x^2} = 6$

Soluzione: $2x + 6$

Resto: $-9x - 15$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

Serve per

Scrivere un polinomio come prodotto di **FATTORI PRIMI**

che possono essere

- Costanti
- Polinomi di primo grado
- Polinomi di grado superiore non riducibili

$2(x-3)(x^2+1)$

si esegue provando a

1) FARE UN RACCOGLIMENTO TOTALE (se ci sono elementi in comune a tutti i termini):

$3ax^2 + 3ax - 3a = 3a(x^2+x-1)$

$-x^2 - 4 = -(x^2+4)$

$-8x - 14x^3 = -2x(4 + 7x^2)$

2) FARE UN RACCOGLIMENTO PARZIALE (se ci sono un numero pari di elementi):

$3ax + 3bx - az - bz = 3x(a+b) - z(a+b) = (a+b)(3x-z)$

$14b - 4x - 7ab + 2ax = 7b(2-a) - 2x(2-a) = (2-a)(7b-2x)$

3) UTILIZZARE RUFFINI E IL TEOREMA DELL'ALGEBRA (solo per funzioni di 2° e 3° grado):

$ax^2 + bx + c = (x-x_1)(x-x_2)$ - MODE/5/3

$$x_{1,2} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$ - MODE/5/4

4) UTILIZZARE I PRODOTTI NOTEVOLI:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a+b+c)^2$$

EQUAZIONI

sono

UGUAGLIANZE tra due ESPRESSIONI LETTERALI

possono essere

- DETERMINATE $x = \frac{N}{D}$
- INDETERMINATE $x = \frac{0}{0}$
- IMPOSSIBILI $x = \frac{N}{0}$

2x +3 = 5 -6x

1° MEMBRO 2° MEMBRO

verificate se

Un NUMERO/LETTERA sostituito all'incognita la rende VERA

x +1 = 3

- è verificata per x = 2 perché 2+1=3
- NON è verificata per x = 1 perché 1+1 ≠ 3

si risolvono

Trovano il valore della x che rende vera l'equazione

tramite

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Aggiungendo o sottraendo ai 2 membri una stessa quantità, il risultato non cambia

REGOLA DEL TRASPORTO

x +1 = 3 → x = 3 -1

REGOLA DI CANCELLAZIONE

$x \cancel{-3} = 4x \cancel{-3}$ → x = 4x

$x \cancel{-3} \cancel{+3} = 4x +1$ → x = 4x +1

1° LEGGE DI MONOTONIA

x +1 = 3x → x +1 +3 = 3x +3

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo i 2 membri per una stessa quantità, il risultato non cambia

REGOLA DEL CAMBIO DI SEGNO

x -1 = 3 → -x +1 = -3

2° LEGGE DI MONOTONIA

x +1 = 3x → (x +1) 3 = (3x) 3

x +1 = 3x → (x +1):3 = (3x):3

LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO

$A \cdot B \cdot C = 0$ → A = 0, B = 0, C = 0

Per risolvere un'equazione formata da più fattori, bisogna **annullare tutti i fattori**

(x+1)(x-3)(x+4) = 0

x +1 = 0 → x = -1

x -3 = 0 → x = 3

x +4 = 0 → x = -4

MCD

è

Il più grande tra i divisori comuni

si cerca tra

NUMERI — MONOMI — POLINOMI

15	3
5	5
1	

27	3
9	3
3	3
1	

$9a^5x^2$	$-6a^2xy^2$
$3\cdot 3$	$3\cdot 2$
a^5	a^2
x^2	x
	y^2

- Numero: prodotto dei fattori COMUNI, presi una sola volta, con il più PICCOLO esponente
- Lettere: prodotto di tutte le lettere COMUNI, prese una sola volta con il più PICCOLO esponente

$$\text{MCD}\,(9a^5x^2\,;\,-6a^2xy^2) = 3a^2x$$

mcm

è

Il più piccolo tra i multipli comuni

si cerca tra

NUMERI — MONOMI — POLINOMI

15	3
5	5
1	

27	3
9	3
3	3
1	

$9a^5x^2$	$-6a^2xy^2$
$3\cdot 3$	$3\cdot 2$
a^5	a^2
x^2	x
	y^2

- Numero: prodotto dei fattori COMUNI e NON COMUNI, presi una sola volta, con il più GRANDE esponente
- Lettere: prodotto di tutte le lettere COMUNI e NON COMUNI, prese una sola volta con il più GRANDE esponente

$$\text{mcm}\,(9a^5x^2\,;\,-6a^2xy^2) = 18a^5x^2y^2$$

LE FRAZIONI ALGEBRICHE

sono

Coppie ordinate di polinomi, cui il secondo non deve essere nullo

NUMERATORE / DENOMINATORE $\qquad \dfrac{2a-3}{3x+1}$

hanno delle

CONDIZIONI DI ESISTENZA!

Denominatore ≠ 0

Si possono eseguire alcune

Operazioni

SEMPLIFICAZIONE

SOLO SE IN TERMINI SONO MLTIPLICATI!!!!

$$\frac{2x\cancel{(a-1)}}{3b\cancel{(a-1)}} = \frac{2x}{3b}$$

- Dividendo numeratore e denominatore per lo stesso polinomio si ottiene una FRAZIONE EQUIVALENTE
- Quando non è più possibile semplificare, la frazione è RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

- SCOMPORRE
- SEMPLIFICARE
- FARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA
- FARE IL MINIMO COMUNE MULTIPLO
- SVOLGERE LE OPERAZIONI
- SCOMPORRE SEMPLIFICA

$$\frac{2x}{(x-2)^2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{2x}{(x-2)^2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{(2x)\cdot x-(x+1)\cdot(x-2)+(x-2)^2}{x(x-2)^2} = 0$$

MOLTIPLICAZIONE

Nella moltiplicazione è possibile semplificare ad incrocio

$$\frac{\cancel{4}a}{\cancel{a+1}} \cdot \frac{\cancel{a+1}}{\cancel{8}b} = \frac{a}{2b}$$

DIVISIONE

Il divisore deve essere «ribaltato»

$$\frac{a-1}{3b} : \frac{a-1}{ab} = \frac{\cancel{a-1}}{3\cancel{b}} \cdot \frac{a\cancel{b}}{\cancel{a-1}} = \frac{a}{3}$$

ELEVAMENTO A POTENZA

Si elevano a potenza sia il numeratore che il denominatore

$$\left(\frac{3b}{a-1}\right)^2 = \frac{(3b)^2}{(a-1)^2} = \frac{9b^2}{a^2-2a+1}$$

$$\left(\frac{3b}{a-1}\right)^{-2} = \left(\frac{a-1}{3b}\right)^2$$

EQUAZIONI INTERE

sono **UGUAGLIANZE** tra due **ESPRESSIONI LETTERALI**

possono essere:
- DETERMINATE $x = \frac{N}{D}$
- INDETERMINATE $x = \frac{0}{0}$
- IMPOSSIBILI $x = \frac{N}{0}$

Si risolvono tramite:

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Aggiungendo o sottraendo ai 2 membri una stessa quantità, il risultato non cambia

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo i 2 membri per una stessa quantità, il risultato non cambia

LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO

$A \cdot B \cdot C = 0$ → A = 0, B = 0, C = 0

Per risolvere un'equazione formata da più fattori, bisogna **annullare tutti i fattori**

(x+1)(x-3)(x+4) = 0

x +1 = 0 → x = -1
x -3 = 0 → x = 3
x +4 = 0 → x = -4

DISEQUAZIONI INTERE

sono **DISUGUAGLIANZE** tra due **ESPRESSIONI LETTERALI**

possono essere:
- DETERMINATE
- SEMPRE VERE $\forall x \in \Re$
- IMPOSSIBILI $\nexists x \in \Re$

Si risolvono tramite:

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Aggiungendo o sottraendo ai 2 membri una stessa quantità, il risultato non cambia

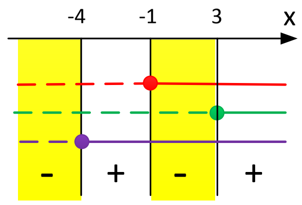
SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo i 2 membri per una stessa quantità, il risultato non cambia

MA

Se si cambia il segno si cambia il verso!

STUDIO DEL SEGNO



(x+1)(x-3)(x+4) ≤ 0

x +1 ≥ 0 → x ≥ -1
x -3 ≥ 0 → x ≥ 3
x +4 ≥ 0 → x ≥ -4

$x \leq -4 \quad \vee \quad -1 \leq x \leq 3$

LE EQUAZIONI INTERE LETTERALI

sono **equazioni che contengono lettere, chiamate PARAMETRI**

ax +2 = (a + 2)x

Per risolverle: **Isolare la x**

quindi: **Fare la DISCUSSIONE delle CONDIZIONI DI ESISTENZA**

DENOMINATORE ≠ 0

Se D≠ 0 → x = soluzione reale

Se D= 0 → $x = \frac{0}{0}$ indeterminata; $x = \frac{N}{0}$ impossibile

LE EQUAZIONI FRAZIONARIE

sono

$\frac{x+2}{x-1} = 0$

equazioni con l'incognita al denominatore

Ridurre ad una sola frazione

- SCOMPORRE
- SEMPLIFICARE
- FARE IL MINIMO COMUNE MULTIPLO
- SVOLGERE LE OPERAZIONI
- SCOMPORRE
- SEMPLIFICARE

Denominatore ≠ 0

Fare le CONDIZIONI DI ESISTENZA

Numeratore = 0

Trovare la soluzione ANNULLANDO IL NUMERATORE

Confrontare la soluzione con le condizioni di esistenza

LE DISEQUAZIONI FRAZIONARIE

sono

disequazioni con l'incognita al denominatore

$\frac{x+2}{x-1} > 0$

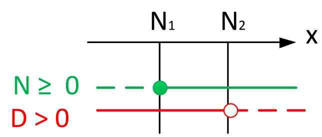
Ridurre ad una sola frazione

Studiare il SEGNO del denominatore e del numeratore

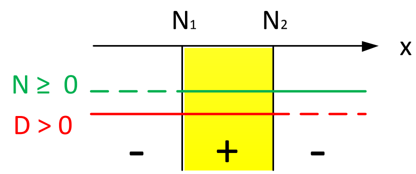
Numeratore ≥ 0

Denominatore > 0

Mettere sulla linea dei numeri i risultati trovati



Fare il PRODOTTO DEI SEGNI e scegliere l'intervallo in base al verso



SISTEMI DI EQUAZIONI

servono per

Trovare quanto valgono le COORDINATE x e y del punto di INTERSEZIONE tra due curve

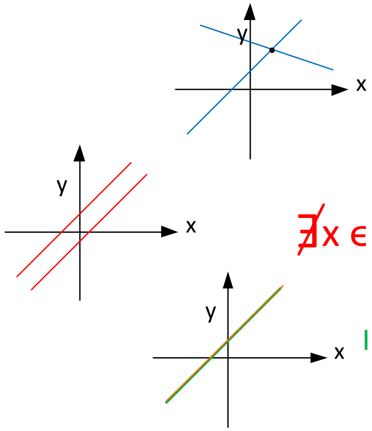
se si tratta di

RETTE

hanno espressione

- FORMA IMPLICITA ax + by +c =0
- FORMA ESPLICITA y = mx + q

può avere soluzione



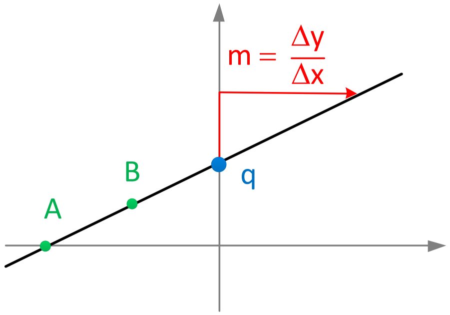
- DETERMINATA
- $\nexists x \in \mathbb{R}$ IMPOSSIBILE
- INDETERMINATA $\forall x \in \mathbb{R}$

si risolvono con

METODO GRAFICO

	X	Y
A)	-2	0
B)	-1	1

y = mx + q



METODI ANALITICI

METODO DI SOSTITUZIONE

Isolare un'incognita e sostituirla nell'altra equazione

$$\begin{cases} x-y+5=0 \\ 3x-y+8=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=y-5 \\ 3(y-5)-y+8=0 \end{cases}$$

METODO DEL CONFRONTO

Isolare le due y e uguagliare le espressioni

$$\begin{cases} x-y+5=0 \\ 3x-y+8=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=x+5 \\ y=3x+8 \end{cases} \rightarrow x+5=3x+8$$

METODO DI RIDUZIONE

Far comparire coefficienti uguali e opposti e sommare

$$\begin{cases} x-y+5=0 \\ 3x-y+8=0 \end{cases} \rightarrow -\begin{cases} x-y+5=0 \\ -3x+y-8=0 \end{cases} \rightarrow \frac{\begin{cases} x-y+5=0 \\ -3x+y-8=0 \end{cases}}{-2x \quad //-3=0}$$

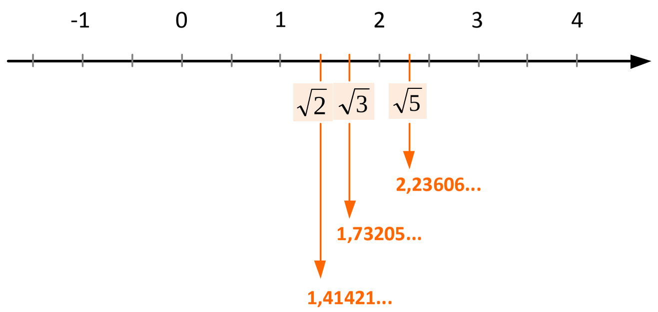
I NUMERI IRRAZIONALI

sono

Numeri
DECIMALI ILLIMITATI NON PERIODICI

RADICALI
$\sqrt{2} = 1{,}414213562$ ....
$\sqrt{3} = 1{,}732050808$ .....

COSTANTI
$\pi = 3{,}141592654$ .....
$e = 2{,}718281828$ .....



Spesso scritti come

RADICALE

$$\sqrt[N]{X} = A$$

X = RADICANDO
N = INDICE DELLA RADICE
A = RADICALE (tutta la radice o il suo risultato, se è calcolabile)

RADICALE DI INDICE PARI

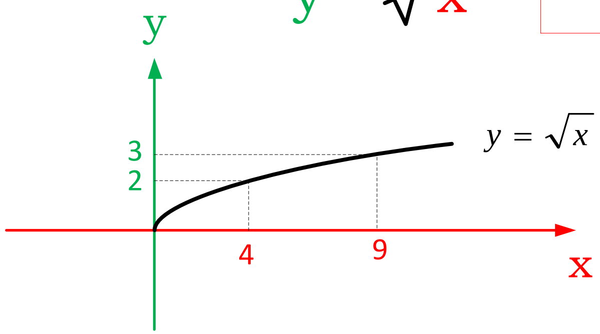
La radice n-esima (con n pari) di un numero reale a ≥ 0 è il numero reale b ≥ 0 che, elevato a n, dà a

$$\sqrt[4]{16} = 2 \longrightarrow 2^4 = 16$$

Le radici di indice pari ESISTONO SOLO SE il radicando è maggiore di zero

$$y = \sqrt{x}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA:
RADICANDO ≥ 0



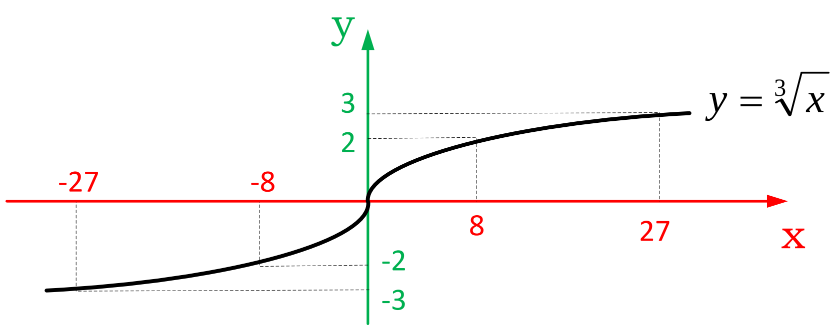
RADICALE DI INDICE DISPARI

La radice n-esima (con n dispari) di un numero reale a è il numero reale b che, elevato a n, dà a

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \longrightarrow (-2)^5 = -32$$

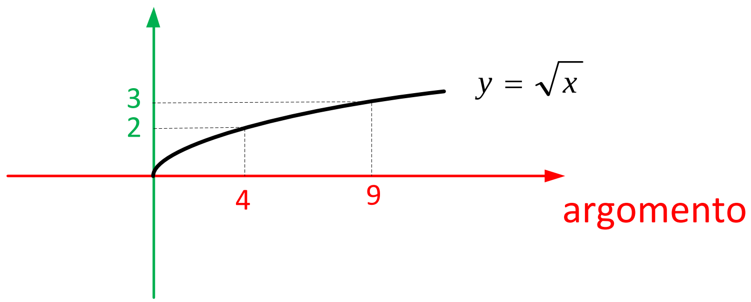
Le radici di indice pari ESISTONO SEMPRE

$$y = \sqrt[3]{x}$$



LE FUNZIONI IRRAZIONALI

$$y = \sqrt{x}$$



$16 \xrightarrow[\text{INPUT}]{\text{argomento}} \boxed{\sqrt{16}} \xrightarrow[\text{OUTPUT}]{\text{risultato}} 4$

L'ARGOMENTO deve sempre essere POSITIVO o NULLO

Il RISULTATO è sempre POSITIVO o NULLO

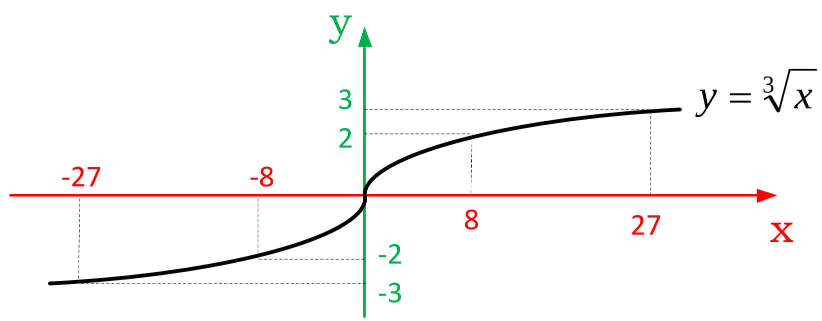
$\sqrt{-16} =$ impossibile

$\sqrt{0} = 0$

$\sqrt{16} = 4$

CONDIZIONI DI ESISTENZA:
RADICANDO ≥ 0

$$y = \sqrt[3]{x}$$



$-8 \xrightarrow[\text{INPUT}]{\text{argomento}} \boxed{\sqrt[3]{-8}} \xrightarrow[\text{OUTPUT}]{\text{risultato}} -2$

L'ARGOMENTO può essere POSITIVO, NEGATIVO o NULLO

Il RISULTATO ha sempre lo STESSO SEGNO dell'argomento

$\sqrt[3]{-8} = -2$

$\sqrt[3]{0} = 0$

$\sqrt[3]{8} = 2$

OPERAZIONI CON I RADICALI

SEMPLIFICAZIONE

Tramite la

PROPRIETA' INVARIANTIVA

Moltiplicando o dividendo per uno stesso numero l'**indice della radice** e l'**esponente del radicando**, il risultato non cambia (si ottiene un RADICALE EQUIVALENTE)

$$\sqrt[5]{3^2} = \sqrt[10]{3^4}$$

- TRASFORMARE IN POTENZE e SEMPLIFICARE
- RITRASFORMARE IN RADICE

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

si può fare

Solo tra radicali UGUALI

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \quad \text{NO}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[5]{3} + \sqrt[3]{3} \quad \text{NO}$$

$$\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{3} = 2\sqrt[5]{3}$$

MOLTIPLICAZIONE e DIVISIONE

si può fare

Solo tra radicali con STESSO INDICE

$$\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[3]{3} \quad \text{NO}$$

$$\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{5 \cdot 3}$$

ELEVAMENTO A POTENZA

- TRASFORMARE IN POTENZE

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

- ELEVARE A POTENZA

$$\left(3^{\frac{2}{5}}\right)^3 = 3^{\frac{2}{5} \cdot 3}$$

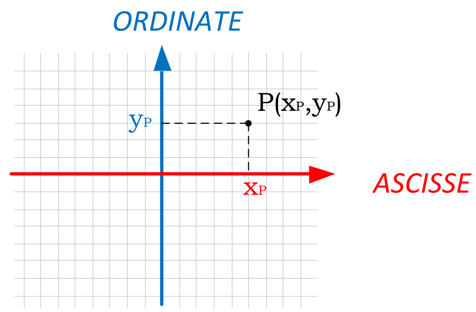
- RITRASFORMARE IN RADICE

$$3^{\frac{6}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$$

I SEGMENTI NEL PIANO CARTESIANO

sono

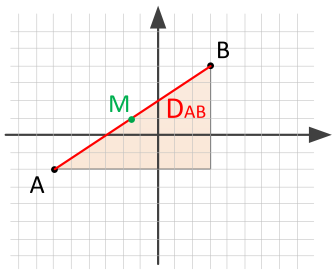
porzioni di rette comprese tra due punti



SEGMENTO

LUNGHEZZA

$$D_{AB}=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$$



PUNTO MEDIO

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$$

$$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$$

TRIANGOLO

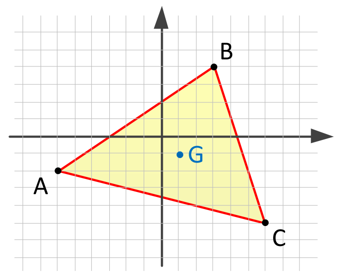
BARICENTRO

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}$$

$$y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}$$

AREA

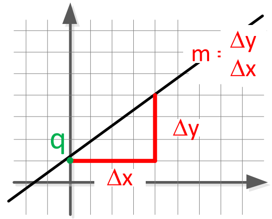
$$A=\frac{1}{2}\left|(x_A-x_C)(y_B-y_C)-(x_B-x_C)(y_A-y_C)\right|$$



LE RETTE NEL PIANO CARTESIANO

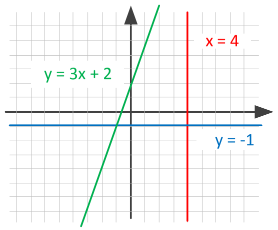
Hanno due tipi di equazione

- FORMA IMPLICITA: $ax + by + c = 0$
- FORMA ESPLICITA: $y = mx + q$
  - COEFFICIENTE ANGOLARE: m
  - INTERCETTA ALL'ORGINE: q



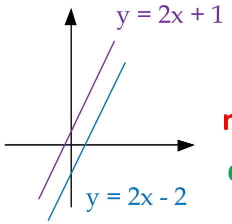
Ci sono tre tipi di rette

- VERTICALE $x = c$
- ORIZZONTALE $y = k$
- OBLIQUA $y = mx + q$



Possono essere

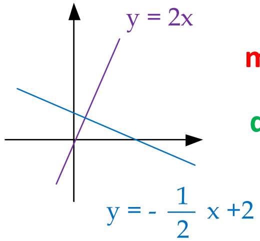
PARALLELE



$m_A = m_B$

$q_A \neq q_B$

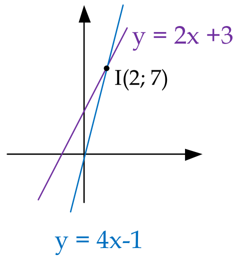
PERPENDICOLARI



$m_A = -\dfrac{1}{m_B}$

$q_A \neq q_B$

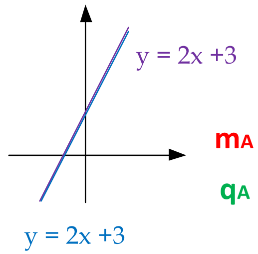
INCIDENTI



$m_A \neq m_B$

$q_A \neq q_B$

COINCIDENTI



$m_A = m_B$

$q_A = q_B$

PROBLEMI CON LE RETTE

EQUAZIONE DELLA RETTA

DATI P (x_P, y_P) ED m

$$y - y_P = m\,(x - x_P)$$

DATI A (x_A, y_A) E B(x_B, y_B)

$$\frac{y - y_P}{y_B - y_P} = \frac{x - x_P}{x_B - x_P}$$

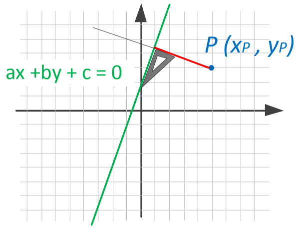
INTERSEZIONE TRA RETTE

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$$

- Una soluzione: rette incidenti
- Nessuna soluzione: rette parallele
- Infinite soluzioni: rette coincidenti

DISTANZA PUNTO-RETTA

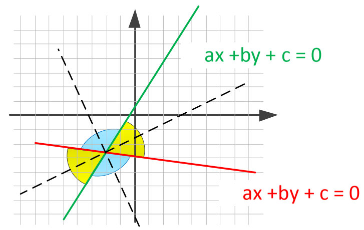
$$d = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



BISETTRICI DI UN ANGOLO

Sono le due rette di equazione

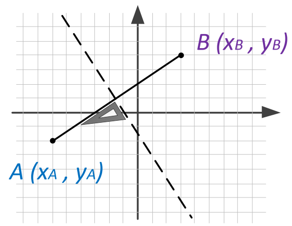
$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



ASSE DI UN SEGMENTO

E' la retta di equazione

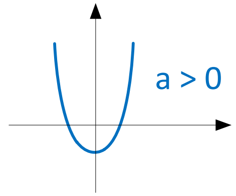
$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2$$



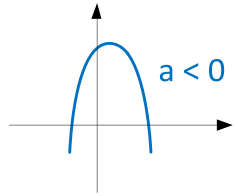
LA PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO

Ha EQUAZIONE

$y = ax^2 + bx + c$



Concavità positiva (verso l'alto)



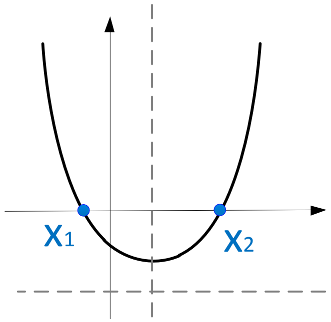
Concavità negativa (verso il basso)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

E' caratterizzata da:

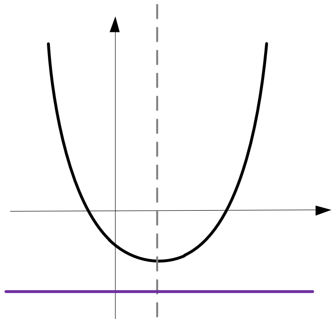
RADICI
x_1 ; x_2

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$
$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$



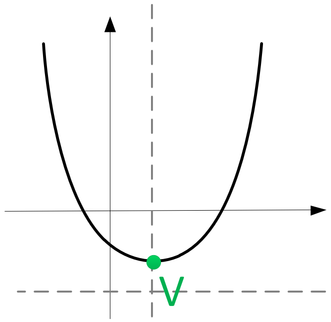
DIRETTRICE
y = n

$$y = -\frac{1+\Delta}{4a}$$



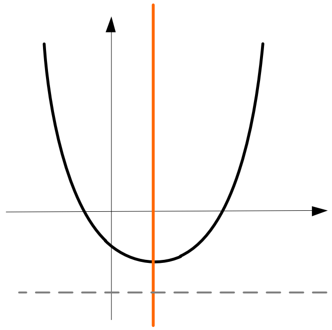
VERTICE
$V(x_V; y_V)$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$



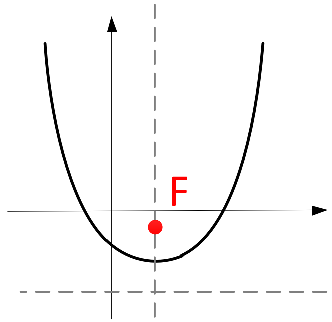
ASSE
x = n

$$x = x_V = -\frac{b}{2a}$$



FUOCO
$F(x_F; y_F)$

$$F = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$



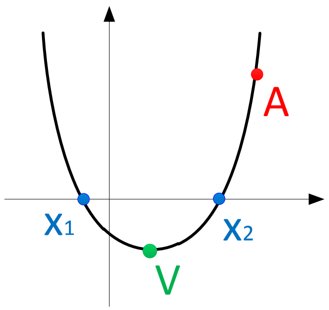
I POLINOMI DI SECONDO GRADO

Si trovano sotto forma di

FUNZIONI

$$y = ax^2 + bx + c$$

Si disegnano nel piano cartesiano



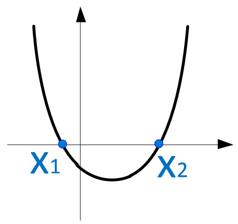
EQUAZIONI

$$ax^2 + bx + c = 0$$

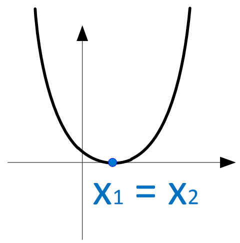
Si risolvono per trovare le radici

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

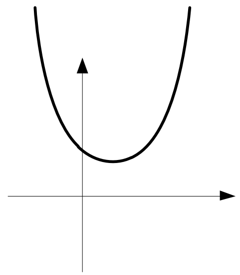
$$\Delta = b^2 - 4ac$$



$\Delta > 0$
2 soluzioni distinte



$\Delta = 0$
2 soluzioni coincidenti



$\Delta < 0$
Nessuna soluzione

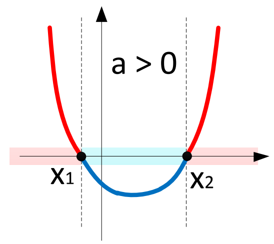
DISEQUAZIONI

$$ax^2 + bx + c > 0$$

Si risolvono per trovare degli intervalli

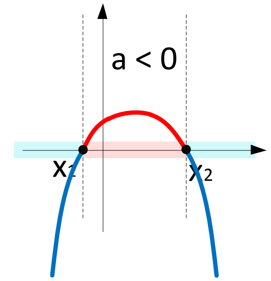
parabola > 0
$x < x_1$ V $x > x_2$

parabola < 0
$x_2 < x < x_1$



parabola > 0
$x_2 < x < x_1$

parabola < 0
$x < x_1$ V $x > x_2$



LA STATISTICA UNIVARIATA

POPOLAZIONE (o UNIVERSO): insieme di tutti gli individui oggetto di indagine

UNITA' STATISTICA: ogni singolo elemento della popolazione

CAMPIONE STATISTICO: sottoinsieme della popolazione per il quale si osserva un certo carattere

è

Una scienza che studia QUANTITATIVAMENTE dei fenomeni che non possono essere studiati in altro modo perché SONO CASUALI e/o riguardano un NUMERO TROPPO GRANDE di oggetti

CASUALE: che segue le leggi del caso (es. lancio del dado)
DETERMINATO: che segue le leggi della fisica

considerando

Una certa PROPRIETA' degli oggetti in esame chiamata CARATTERE

Si esprime in certe modalità (es: il carattere OCCHI si esprime nelle modalità VERDE, AZZURRO, MARRONE) o in classi (es: altezza compresa tra 160 c 165 cm)

che può essere

QUALITATIVO o QUANTITATIVO

si studia con

TABELLE DI FREQUENZA

TABELLA DELLE FREQUENZE

MODALITA' (VOTO x)	FREQUENZA ASSOLUTA	FREQUENZA RELATIVA	FREQUENZA PERCENTUALE	FREQUENZA CUMULATA
5	3	0,088	8,9%	3
6	17	0,5	50%	20
7	5	0,147	14,7%	25
8	9	0,2647	26,4%	34
TOTALE n	34	1	100%	

$f_{rel} = \frac{f}{n}$ $f_{\%} = 100 f_{rel}$ $f_{cum} = \sum f$

INDICI DI POSIZIONE

MEDIANA: dati n numeri ordinati in modo crescente, la mediana è:

- Il numero centrale se n è dispari
  1 3 5 6 9 11 32
- La media dei numeri centrali se n è pari
  1 5 13 15 22 47 49 51

18,5

MODA: modalità con la frequenza maggiore

MEDIA ARITMETICA: $\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{n}$

MEDIA ARMONICA: $m = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$

MEDIA GEOMETRICA: $\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x}$

INDICI DI VARIABILITA'

CAMPO DI VARIABILITA': $x_{MAX} - x_{MIN}$

SCARTO: $x - \bar{x}$

SCARTO SEMPLICE MEDIO: $s = \frac{\sum f \cdot |x - \bar{x}|}{n}$

VARIANZA: $\sigma^2 = \frac{\sum f \cdot (x - \bar{x})^2}{n}$

SCARTO QUADRATICO MEDIO (o DEVIAZIONE STANDARD): $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f \cdot (x - \bar{x})^2}{n}}$

COEFFICIENTE DI VARIAZIONE CV: $CV = \frac{\sigma}{|\bar{x}|}$

LA PROBABILITA’

è

La parte della matematica che occupa dei FENOMENI ALEATORI (governati dal caso)

per determinare

quante possibilità ha un EVENTO di realizzarsi

<u>SPAZIO CAMPIONARIO (o dei RISULTATI) Ω</u>: insieme di tutti i possibili esiti di un esperimento aleatorio

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

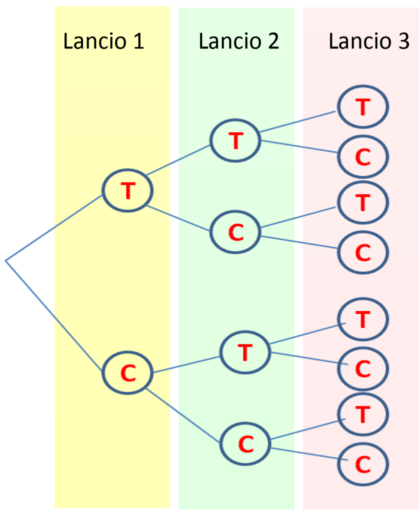
<u>EVENTO E</u>: sottoinsieme dello spazio campionario

- EVENTO ELEMENTARE: formato da un solo elemento di Ω (es: esce 4)
- EVENTO CERTO: formato da tutti gli elementi di Ω (es: esce 1 o 2 o 3 o 4 o 5 o 6)
- EVENTO IMPOSSIBILE: formato da nessun elemento di Ω (es: esce 7)
- EVENTO CONTRARIO: $\overline{E} = 1 - E$

EVENTO ELEMENTARE

$0 \le p(E) \le 1$

$$p(E) = \frac{casi \quad favorevoli}{casi \quad totali}$$

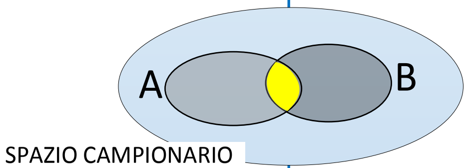


(T, T, T)
(T, T, C)
(T, C, T)
(T, C, C)
(C, T, T)
(C, T, C)
(C, C, T)
(C, C, C)

PIU’ EVENTI

INTERSEZIONE

- L’uno E l’altro
- Indicata con ∩ oppure con ∧



EVENTI INDIPENDENTI

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

EVENTI INDIPENDENTI

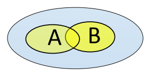
$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B \mid A)$$

UNIONE

EVENTI COMPATIBILI

- O l’uno o l’altro o entrambi
- Indicata con U oppure con V

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$



EVENTI INCOMPATIBILI

- O l’uno o l’altro
- Indicata con U oppure con /

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$